

دفترچه شماره ۱ از ۲

آزمون سراسری خارج کشور ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۲

تیر ماه ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی

وقت پیشنهادی

تا شماره

از شماره

تعداد سؤال

مواد امتحانی

۷۰ دقیقه

۴۰

۱

۴۰

ریاضیات

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۴۰

ریاضیات

وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

۱- یک دنباله با جملات غیرصفر، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d و دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت r است. مقدار $r + d$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۲- نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{1}{4}$ است. اگر سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{4}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۳- برای مجموعه‌های $A = \left\{ \frac{x}{2}, \frac{y}{3}, 5 \right\}$ و $B = \{z, t, 1, 4\}$ فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد. در چند حالت $x + y + z + t > 20$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب زیر می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	د
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

$$(1) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (q \wedge \sim r))$$

$$(2) (\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r))$$

$$(3) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$$

$$(4) ((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim((p \wedge r) \Rightarrow q)]$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 12x - a = 0$ و $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ باشد، مقدار a چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۹ (۴) -۹

۶- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{4}{5}$

۷- نقطه $(-6, 3)$ یک از رئوس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - 3y = 4$ و $x + 4y = -3$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{2\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{19}{\sqrt{10}}$ (۳) $\frac{\sqrt{65}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$

۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $5y - 10x = 12$ را در نقطه‌ای به عرض $7/2$ قطع می‌کند. مقدار $f(\frac{4}{m})$ کدام است؟

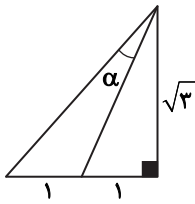
- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{15}$ (۴) $2\sqrt{15}$

۹- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته $12/5$ درصد از جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز، $\frac{1}{4}$ از جرم عنصر

باقی خواهد ماند؟ ($\log_4 3 = 0/6$ و $\log_4 3 = 1/6$)

- (۱) ۸ (۲) ۲۸ (۳) ۵۶ (۴) ۱۲۶

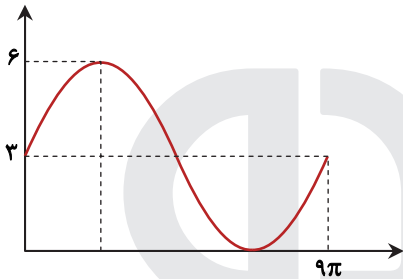
۱۰- در شکل روبه‌رو، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{5\sqrt{3}}$
(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

۱۱- در یک مثلث، زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۵ و ۱۲ برابر α است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار α کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$
- ۱۲- اگر شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{y}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2(cx - \frac{3\pi}{4})}$ باشد، مقدار $f(\frac{3\pi}{4})$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۴/۵
(۳) ۴/۷۵
(۴) ۵

۱۳- در معادله مثلثاتی $3\sin x - \sqrt{3}\cos x + m\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = 1$ اگر $\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۴- تابع f اکیداً صعودی و دامنه آن، مجموعه‌ای از مقادیر مثبت است. اگر $f(2m^2 - 9m - 2) < f(m^2 - 4m + 4)$ باشد، m دارای چند مقدار صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۵- اگر f تابع هموگرافیک و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$ باشد، کدام مورد می‌تواند محل تقاطع مجانب‌های تابع f باشد؟

- (۱) $(\sqrt{\pi}, \pi)$ (۲) $(\frac{1}{\pi}, \frac{3}{\pi})$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(1, 2)$

۱۶- برای مقدار مشخص k ، تابع $f(x) = \begin{cases} [-x] - x & \text{فرد} \\ k - x + [x] & \text{زوج} \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است. کدام مورد در خصوص n صحیح است؟

$$(k, n \in \mathbb{N})$$

(۱) برای هیچ مقداری از n ، پیوسته نیست. (۲) برای جميع مقادیر n پیوسته است.

(۳) n فرد (۴) n زوج

۱۷- اگر $f(x) = \frac{5 \cos x}{1 - \sin x}$ و $f(x) = xg(x) - 2x + 5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۱۸- خط d موازی محور x ها، سهمی $y = x^2 - 1$ را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم‌شده، در این نقاط برهم عمودند. مجموع عرض‌های این دو نقطه کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح k ، نقطه عطف منحنی $y = \frac{k}{2}x^3 - (k+2)x^2$ در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار دارد؟

- (۱) بیش از ۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$ از خط $x - y - 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

۲۱- ۴ کتاب متمایز با عنوان ریاضی و ۳ کتاب متمایز با عنوان فیزیک را به چند طریق می توان روی هم قرار داد، به طوری که وقتی آن ها را یکی یکی برمی داریم تا در گوشه دیگر اتاق روی هم بچینیم، ترتیب عنوان کتاب ها (ریاضی و فیزیک) مانند قبل باشد؟

- (۱) ۶۳۰ (۲) ۴۳۲ (۳) ۳۱۵ (۴) ۱۴۴

۲۲- اگر $P(A-B) = \frac{3}{7}$ و $P(B-A) = \frac{1}{7}$ باشد، کمترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۲۳- اعداد ۱ تا ۱۰۰ در یک دسته (دسته اول) قرار دارند. دو عدد از بین اعداد دسته اول را حذف نموده و مقدار اختلاف آن دو عدد را در دسته جدید قرار می دهیم. این روند تا جایی ادامه می یابد که همه اعداد دسته اول حذف شده و همه اعداد در دسته جدید فرد و غیر تکراری باشند. میانگین داده های دسته جدید کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۵/۵ (۳) ۵۰ (۴) ۵۰/۵

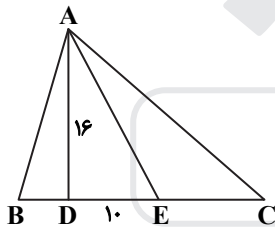
۲۴- چهار کارت به شماره ۱ تا ۴ با احتمال متناسب با عدد نوشته شده روی آن ها در اختیار است. کارتی به تصادف انتخاب شده و سپس به تعداد عدد کارت، یک سکه پرتاب می شود. اگر سکه یک بار «رو» آمده باشد، با کدام احتمال سکه دقیقاً یک بار پرتاب شده است؟

- (۱) $\frac{12}{19}$ (۲) $\frac{4}{13}$ (۳) $\frac{12}{23}$ (۴) $\frac{4}{29}$

۲۵- در یک لوزی، هر ضلع، واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگ تر لوزی، چند درجه است؟

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۱۵

۲۶- در شکل روبه رو، $\widehat{B\hat{A}D} = \widehat{E\hat{A}C}$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟



- (۱) ۸/۷

- (۲) ۱۲/۴

- (۳) ۹/۳

- (۴) ۱۵/۶

۲۷- از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی الاضلاع، خط هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می کنیم تا سه پاره خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره خط های کناری باشد، مساحت متوازی الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده، چند برابر مساحت کوچک ترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲/۵ (۳) ۲ (۴) ۱/۵

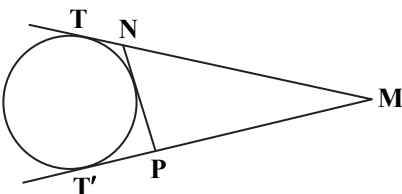
۲۸- در مثلث ABC ، طول دو میانه عمود برهم رسم شده از رأس های B و C به ترتیب، ۱۲ و ۹ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۵۴ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

۲۹- چهار ضلعی $ABCD$ در یک دایره محاط شده است. رأس های این چهار ضلعی، رئوس زوایای ظلی واقع بر دایره هستند. مجموع این زوایای ظلی کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۷۲۰

۳۰- در شکل روبه رو، از نقطه M ، دو مماس بر دایره رسم شده است. اگر $MT = ۱۸$ ، $MN = ۱۵$ و $MP = ۱۲$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



- (۱) ۴

- (۲) ۶

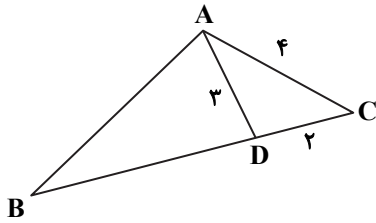
- (۳) $4\sqrt{5}$

- (۴) $6\sqrt{5}$

۳۱- پاره خط AB به طول ۵ در یک طرف خط d قرار دارد. فاصله دو سر پاره خط AB از خط d به ترتیب ۱ و ۵ است. نقطه C طوری روی خط d انتخاب می شود که محیط مثلث ABC کمترین مقدار باشد، حداقل مجموع اندازه های دو ضلع AC و BC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{57}$ (۲) $\sqrt{65}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{6}$

۳۲- در شکل روبه رو، اگر $\hat{B}AD = 3\hat{D}AC$ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۲۴
(۲) ۲۵/۵
(۳) ۲۷
(۴) ۲۸/۵

۳۳- اگر $a = (\log 25)^2 - (\log 4)^2$ و $A = \begin{bmatrix} \frac{a}{1.4} & \frac{a}{2.2} \\ \frac{a}{5.2} & \frac{a}{1.2} \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $\left| \frac{1}{3} A \right|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{8}$ (۲) $\frac{75}{8}$ (۳) $\frac{25}{24}$ (۴) $\frac{75}{24}$

۳۴- نمودار سهمی با مختصات رأس $(2, -2)$ ، از نقطه $(-1, 1)$ می گذرد. طول وتری که از کانون، بر محور سهمی عمود رسم می شود، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۵- اگر دو بردار ناصفر $\frac{9\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{7\vec{b}}{|\vec{b}|}$ و $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{3\vec{b}}{|\vec{b}|}$ برهم عمود باشند، مساحت متوازی الاضلاعی را که توسط بردارهای ناصفر $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$ و $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$ ساخته می شود، کدام است؟

- (۱) $1/6$ (۲) $3/2$ (۳) $4/8$ (۴) $6/4$

۳۶- خطی به معادله $y + 2x = 0$ ، عمود منصف خط المکزین دو دایره است که شعاع یکی نصف شعاع دیگری است. اگر معادله دایره بزرگ تر به صورت $x^2 + y^2 + 6x - 2y = a$ و خط مفروض بر دایره کوچک تر مماس باشد، مجموع طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۳۷- اگر عدد دورقمی \overline{aa} را بین ارقام a و $2a$ قرار دهید، عدد جدید ساخته می شود. حداکثر چند عدد طبیعی می تواند a را عا د کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸- مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $76x + 124y = 364$ صدق می کند، کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۴

۳۹- حداقل چند زوج مرتب (a, b) با مؤلفه هایی از اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو زوج مرتب وجود دارد که مجموع مؤلفه های اول و مجموع مؤلفه های دوم آن ها، مضرب ۳ هستند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۰- حاصل ضرب درجه رأس های گراف G برابر ۴۳۲ است. اگر گراف G با حداقل تعداد یال رسم شود، حاصل $\delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$ کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۲۹ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳